Université des Sciences et Technologies de Lille
U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées

DEUG MIA 1er niveau AlgLin.TP.Gauss

Pivot de Gauss et intersection de plans

Nom :
Nom :

Rendre un questionnaire par binôme à la fin de la séance. Pour les dessins demandés, les faire dans le cadre correspondant au numéro du dessin. Utiliser une couleur pour le cube, une couleur pour chacun des plans, une couleur pour les droites d'intersection de deux plans.

Préparation du TP

Tracer en perspective le cube dont les faces sont les plans d'équation : $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 1$, $z = -1$. Représenter sur la même figure les deux plans d'équation $x + y + z = 2$ et $2y + 3z = 1$ (se limiter à la portion de ces plans contenue à l'intérieur du cube).

Faire un dessin analogue pour les deux plans $x + y + 3z = 2$ et $2x - y = 0$.

Imaginer un système de 3 équations en x, y, z représentant 3 plans distincts sécants suivant une droite qui ne soit pas parallèle à l'un des axes et qui ne passe pas par l'origine. Ce système sera étudié au cours du TP (Système personnel).

Présentation du logiciel et mise en route

Consulter l'aide en ligne du logiciel ; elle se divise en deux parties :

- L'aide informatique vous explique le fonctionnement du logiciel,
- l'aide mathématique vous rappelle les éléments du cours nécessaires à la réalisation du TP.

Lancer ensuite le logiciel.

1 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 2 \\ x-y & = & 2 \\ x+2y-2z & = & 9 \end{array}\right.$

Si ce système ne coïncide pas avec celui affiché au démarrage, saisir le système. Noter les renseignements suivants :

Demi-arête du cube :

Direction de vue :

À volonté : tracer le cube et l'effacer pour mieux *voir* la figure.

Compléter la figure (dessin 1). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Pivoter sur le coefficient de x dans la première équation. *Ne pas prendre un autre pivot pour le moment : la figure ne serait pas celle voulue pour le compte-rendu*. Faire des *FlipFlop* à volonté.

Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans (le voir sur les équations **et** sur le dessin) ? Expliquer pourquoi.

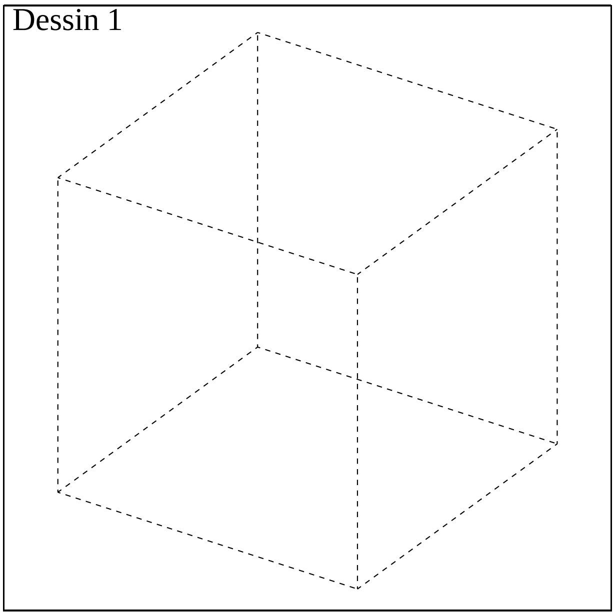
Quelles droites (parmi les droites d'intersection des plans) n'ont pas changé ? Pourquoi ?   Quelles droites ont changé ? Pourquoi ?

Que peut-on dire des directions des nouvelles droites ? Pourquoi ?

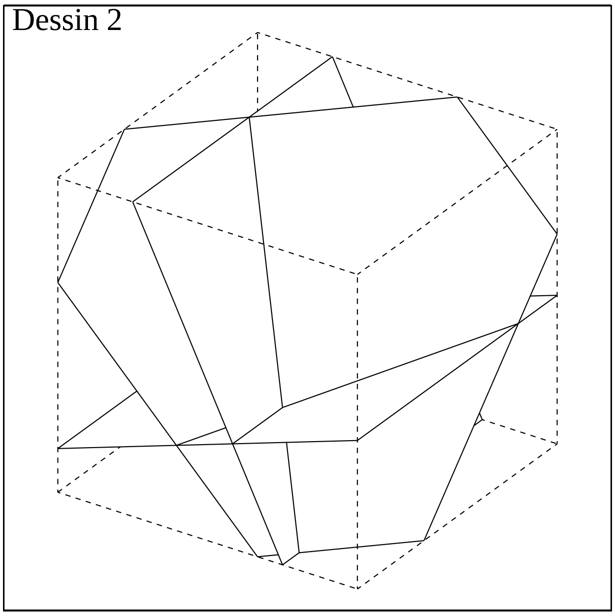
Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 2).

Pivoter sur le coefficient de y dans la deuxième équation.

Dessin 1



Dessin 2



Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans (le voir sur les équations **et** sur le dessin) ? Expliquer pourquoi.

Combien de droites (parmi les droites d'intersection des plans) ont changé ? Pourquoi ?

Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 3).

Pourquoi la commande *pivoter* n'est-elle plus proposée ?

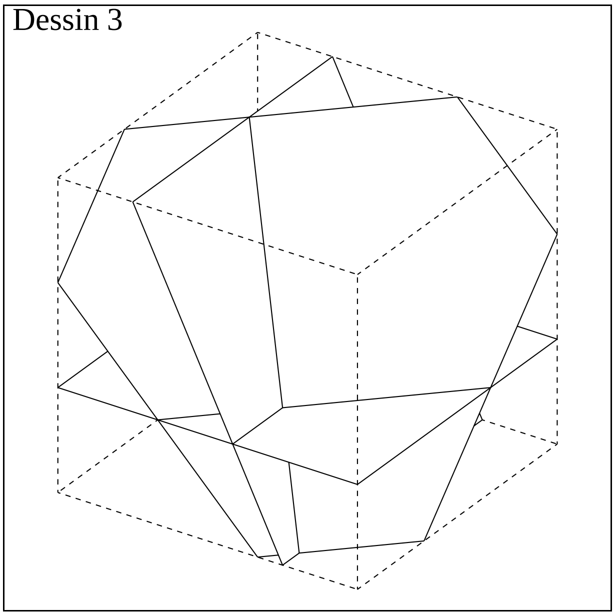
Commander la diagonalisation. Observer le pivot pendant le calcul, le système et la figure (*FlipFlop* à volonté entre les diverses figures…).

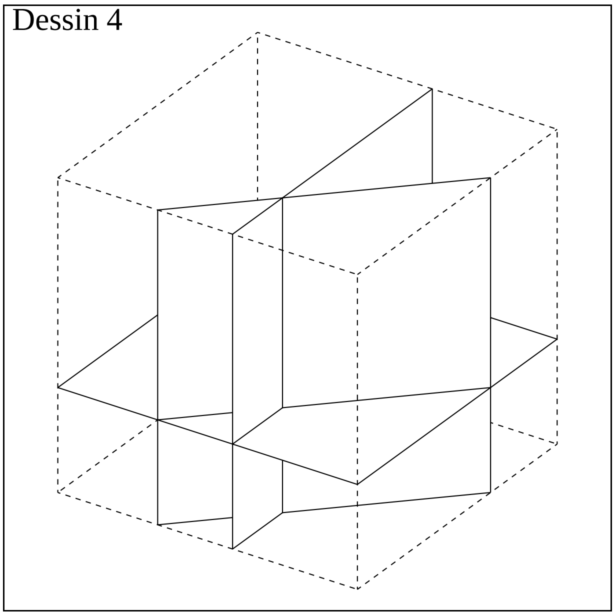
Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans ?

Combien de droites (parmi les droites d'intersection des plans) ont changé ?

Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 4).





Commander la diagonalisation. Observer le pivot pendant le calcul, le système et la figure (*FlipFlop* à volonté entre les diverses figures…).

Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans ?

Combien de droites (parmi les droites d'intersection des plans) ont changé ?

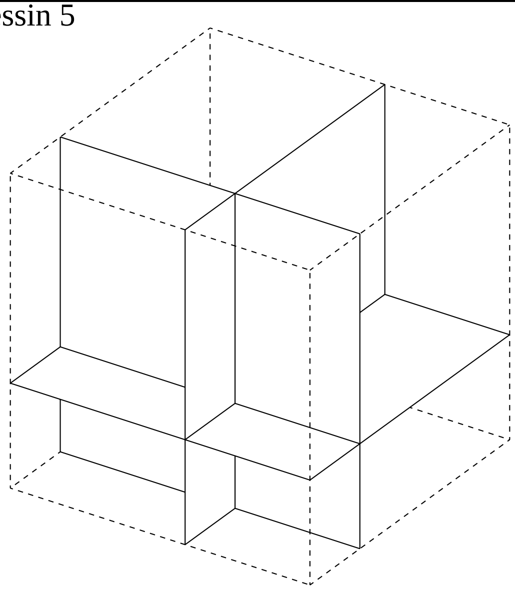
Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 5).

Quelle est la solution du système (comment peut-on la trouver à partir du système affiché, et à partir du dessin) ?

Reprendre le système initial en commandant la saisie d'un système. Il est inutile de saisir à nouveau les coefficients car les coefficients d'origine ont été conservés en mémoire. Après calcul et affichage, comparer la figure actuelle à la précédente par un *FlipFlop*.

Reconnaître le système. Comparer les figures (plans, droites, points) :

Dessin 5



Qu'y a-t-il de commun ?

Qu'y a-t-il de changé ?

Même système ; deuxième pivotage

Recommencer le pivotage à partir de pivots de votre choix.

Quelles sont vos remarques ?

2 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} x-z & = & 3 \\ y-z & = & 4 \\ x+y & = & 5 \\ x+y+z & = & 40 \end{array}\right.$

Saisir le nouveau système et valider. Remarquer le *calibrage* de la dernière équation.

Combien de plans sont tracés ?

Quelles commandes doit-on utiliser pour avoir une figure “complète” ?

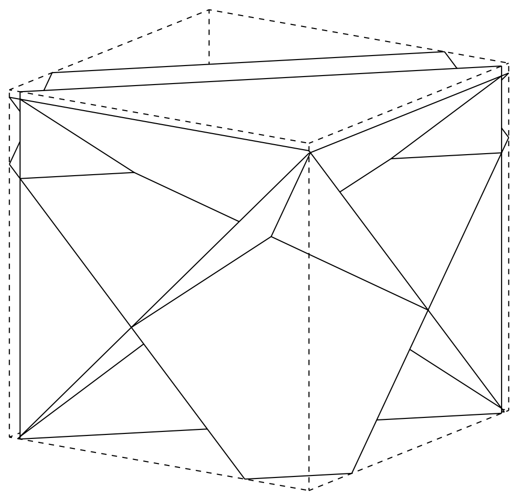
Après avoir obtenu une figure “complète” :

Préciser sur la figure l’équation de chacun des plans (dessin 6).

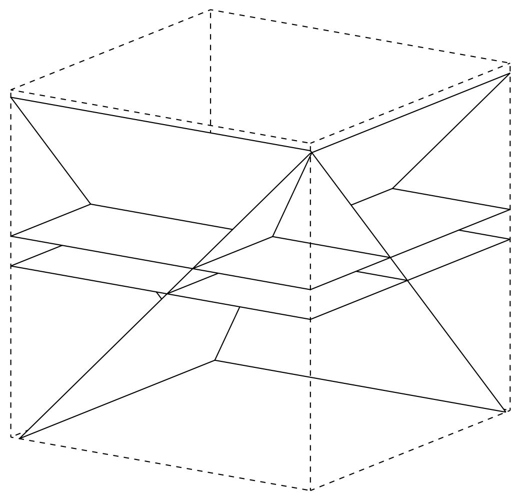
Pivoter sur le coefficient de x de la première équation. Observer (*FlipFlop*. . .). Pivoter sur le coefficient de y de la deuxième équation.

Préciser sur la figure l’équation de chacun des plans (dessin 7).

Dessin 6



Dessin 7



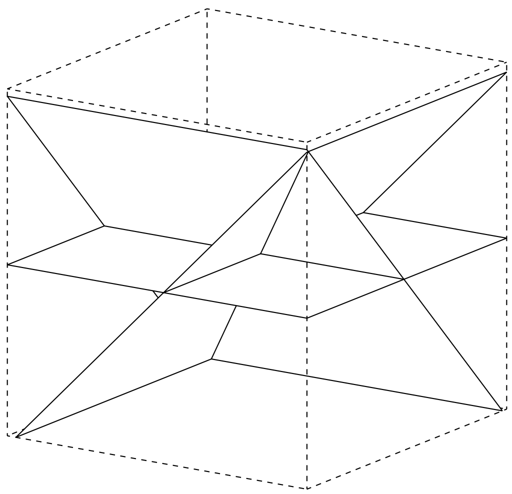
Pivoter sur le coefficient de z de la troisième équation.

Préciser sur la figure l’équation de chacun des plans (dessin 8).

Que constate-t-on ? Expliquer.

Le dessin final suffit-il pour conclure quant à l’existence de solutions ?

Dessin 8



Pourquoi les commandes *pivoter* et *diagonaliser* ne sont-elles plus accessibles ?

3 Système personnel

Entrer votre système personnel dans le logiciel, puis trouver un cube de référence et une direction de vue donnant une bonne visibilité.

Écrire votre système :

Choix de la demi-arête :

Choix de la direction de vue :

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 9). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Pivoter et diagonaliser autant que possible. Donner la figure finale :

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 10). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Dessin 9

Dessin 10

Préciser la direction finale des plans.

Quelles sont les solutions du système ?

Constatations et explications :

4 Étude du système $\begin{cases} x+2z &= 3 \\ x+y+z &= 3 \\ x-y+3z &= 3 \end{cases}$

Choix de la demi-arête :

Choix de la direction de vue :

Décrire la disposition des plans.

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 11). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Dessin 11

Pivoter et diagonaliser autant que possible.

Que peut-on dire des solutions du système ?

5 Étude du système $\left\{ \begin{array}{rcl} -15x + 13y + 7z & = & 9 \\ 11x + 10z & = & 10 \\ 13x - 15y - 12z & = & 11 \end{array} \right.$

Pivoter et diagonaliser. Ensuite :

Choix de la demi-arête :

Choix de la direction de vue :

Décrire la disposition des plans après diagonalisation.

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 12). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Dessin 12

Que peut-on dire des équations affichées ? Les équations finales permettent-elles de conclure quant à l'existence de solutions ?

Et la figure ?

S'il y a une solution, utiliser la figure pour évaluer l'ordre de grandeur des diverses inconnues :
$x =$ $y =$ $z =$

6 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 5 \\ x-z & = & 4 \\ x-2y+2z & = & -3 \end{array}\right.$

Si ce système ne coïncide pas avec celui affiché au démarrage, saisir le système. Noter les renseignements suivants :

Demi-arête du cube :

Direction de vue :

À volonté : tracer le cube et l'effacer pour mieux *voir* la figure.

Compléter la figure (dessin 13). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Pivoter sur le coefficient de x dans la première équation. *Ne pas prendre un autre pivot pour le moment : la figure ne serait pas celle voulue pour le compte-rendu*. Faire des *FlipFlop* à volonté.

Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

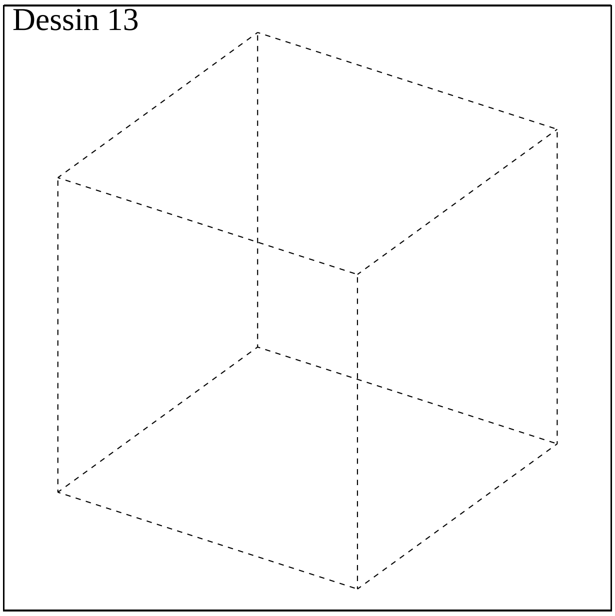
Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans (le voir sur les équations **et** sur le dessin) ? Expliquer pourquoi.

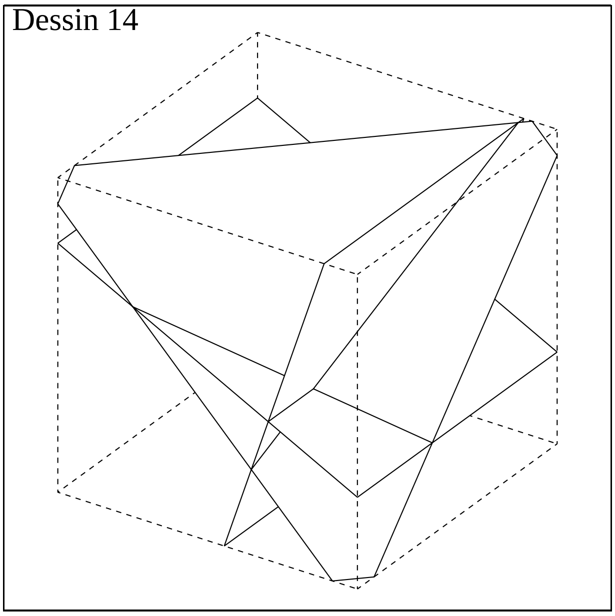
Quelles droites (parmi les droites d'intersection des plans) n'ont pas changé ? Pourquoi ? Quelles droites ont changé ? Pourquoi ?

Que peut-on dire des directions des nouvelles droites ? Pourquoi ?

Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 14).

Pivoter sur le coefficient de y dans la deuxième équation.





Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans (le voir sur les équations **et** sur le dessin) ? Expliquer pourquoi.

Combien de droites (parmi les droites d'intersection des plans) ont changé ? Pourquoi ?

Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 15).

Pourquoi la commande *pivoter* n'est-elle plus proposée ?

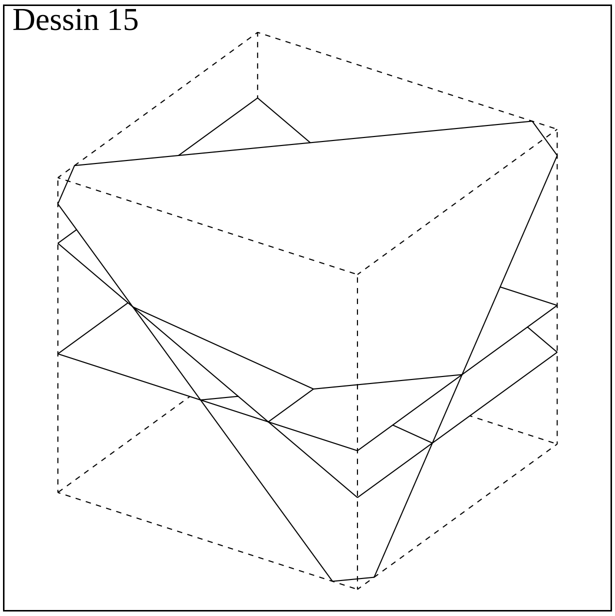
Commander la diagonalisation. Observer le pivot pendant le calcul, le système et la figure (*FlipFlop* à volonté entre les diverses figures...).

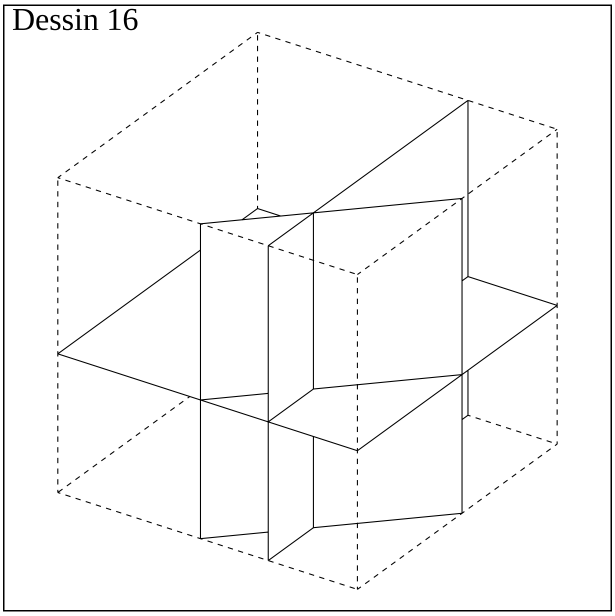
Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans ?

Combien de droites (parmi les droites d'intersection des plans) ont changé ?

Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 16).





Commander la diagonalisation. Observer le pivot pendant le calcul, le système et la figure (*FlipFlop* à volonté entre les diverses figures...).

Combien de plans ont changé par rapport à la figure précédente ? Quelles sont les équations des nouveaux plans ?

Que peut-on dire de la direction des nouveaux plans ?

Combien de droites (parmi les droites d'intersection des plans) ont changé ?

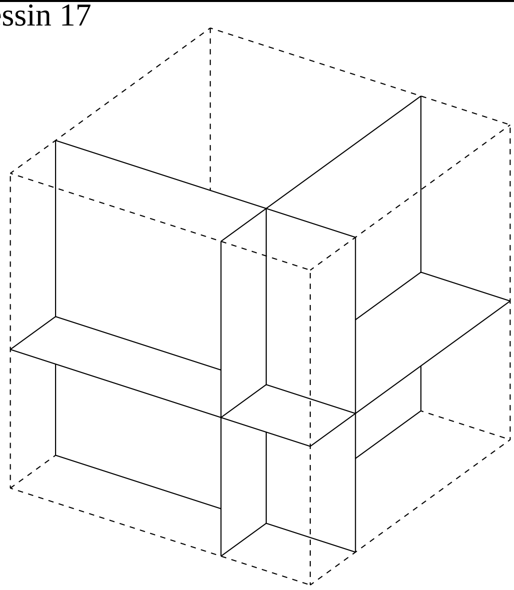
Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans (dessin 17).

Quelle est la solution du système (comment peut-on la trouver à partir du système affiché, et à partir du dessin) ?

Reprendre le système initial en commandant la saisie d'un système. Il est inutile de saisir à nouveau les coefficients car les coefficients d'origine ont été conservés en mémoire. Après calcul et affichage, comparer la figure actuelle à la précédente par un *FlipFlop*.

Reconnaître le système. Comparer les figures (plans, droites, points) :

Dessin 17



Qu'y a-t-il de commun ?

Qu'y a-t-il de changé ?

Même système ; deuxième pivotage

Recommencer le pivotage à partir de pivots de votre choix.

Quelles sont vos remarques ?

7 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & 3 \\ y & = & 4 \\ z & = & 5 \\ x+y+z & = & 50 \end{array}\right.$

Saisir le nouveau système et valider. Remarquer le *calibrage* de la dernière équation.

Combien de plans sont tracés ?

Quelles commandes doit-on utiliser pour avoir une figure “complète” ?

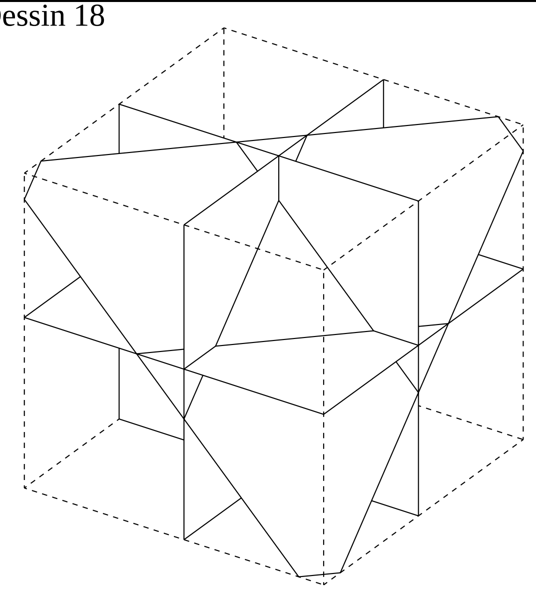
Après avoir obtenu une figure “complète” :

Préciser sur la figure l’équation de chacun des plans (dessin 18).

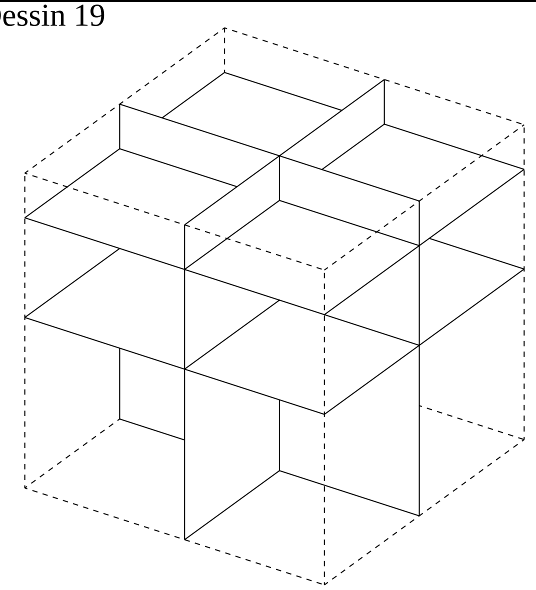
Pivoter sur le coefficient de x de la première équation. Observer (*FlipFlop. . .*). Pivoter sur le coefficient de y de la deuxième équation.

Préciser sur la figure l’équation de chacun des plans (dessin 19).

Dessin 18



Dessin 19



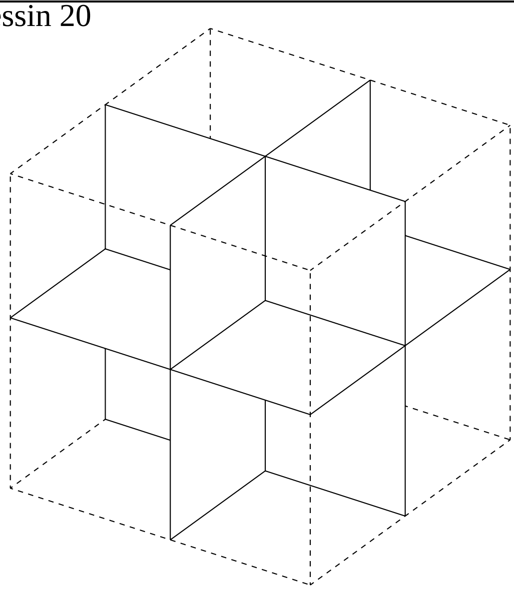
Pivoter sur le coefficient de z de la troisième équation.

Préciser sur la figure l’équation de chacun des plans (dessin 20).

Que constate-t-on ? Expliquer.

Le dessin final suffit-il pour conclure quant à l’existence de solutions ?

Dessin 20



Pourquoi les commandes *pivoter* et *diagonaliser* ne sont-elles plus accessibles ?

8 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} 4x - 12y + 6z & = & 4000 \\ -10x + 30y - 15z & = & 1515 \\ 14x - 42y + 21z & = & 1988 \\ 6x - 18y + 9z & = & 6000 \end{array}\right.$

Entrer le système. Choisir la taille du cube de référence et la direction de vue de façon à avoir une bonne vision de la figure.

Choix de la demi-arête :

Choix de la direction de vue :

Que remarque-t-on ?

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 21). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Dessin 21

Expliquer comment on peut affecter les équations aux divers plans.

Pivoter sur un pivot au choix.

Que constate-t-on ? Expliquer.

9 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} 3x-5y-2z & = & 0 \\ x-y-z & = & 2 \\ 2y-z & = & 5 \end{array}\right.$

Choix de la demi-arête :

Choix de la direction de vue :

Décrire la disposition des plans.

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 22). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Dessin 22

Pivoter et diagonaliser autant que possible.

Que peut-on dire des solutions du système ?

10 Étude du système $\left\{\begin{array}{rcl} 7x - 15y + 13z & = & 10 \\ 10x + 11y & = & 10 \\ -12x + 13y - 15z & = & 10 \end{array}\right.$

Pivoter et diagonaliser. Ensuite :

Choix de la demi-arête :

Choix de la direction de vue :

Décrire la disposition des plans après diagonalisation.

Dessiner la figure, avec ou sans le cube de référence (dessin 23). Préciser sur la figure l'équation de chacun des plans.

Dessin 23

Que peut-on dire des équations affichées ? Les équations finales permettent-elles de conclure quant à l'existence de solutions ?

Et la figure ?

S'il y a une solution, utiliser la figure pour évaluer l'ordre de grandeur des diverses inconnues :

$x =$ $y =$ $z =$